Mathématiques 9-10-11

Aide-mémoire

Ressources théoriques

Nombres et opérations – NO
Fonctions et algèbre – FA
Espace – ES
Grandeurs et mesures – GM
Recherche et stratégies – RS

lep

CONFÉRENCE INTERCANTONALE
DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE
LA SUISSE ROMANDE ET DU TESSIN

Extraits du plan d'études romand

Visées prioritaires MSN

Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux *Mathématiques* et aux *Sciences de la nature* dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.

Mathématiques et sciences de la nature (MSN)

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

Sommaire

NO

Diviseur commun et pgdc

Un diviseur commun de plusieurs nombres naturels est un nombre naturel qui est diviseur de chacun d'eux.

Exemple
2 est un diviseur commun de 16, 24 et 40, car 2 est diviseur de ces trois nombres

Le plus grand diviseur commun de plusieurs nombres naturels est appelé le pgdc de ces nombres.

Exemple

8 est le pgdc de 16, 24 et 40

Multiple commun et ppmc (p. 14)

Recherche du pgdc de deux nombres naturels

Pour rechercher le pgdc de deux nombres naturels, on peut décomposer chaque nombre en un produit de facteurs premiers.

Exemple

378	2
189	3
63	3
21	3
7	7
1	

1260	2
630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$ $\quad$ $1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

Il existe d'autres méthodes pour rechercher le pgdc de deux nombres.

Le pgdc est alors le produit des facteurs premiers communs aux deux décompositions, écrits chacun une seule fois avec son plus petit exposant.

Si aucun facteur premier n'est commun aux décompositions, le pgdc est alors égal à 1.

$$\text{pgdc}\,(378\,;\,1260) = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126$$

Nombre premier (p. 16), Décomposition en produit de facteurs premiers (p. 17), Nombres premiers entre eux (p. 18)

Nombre premier

Un nombre premier est un nombre naturel qui a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples

7, 13, 19

Attention !
1 n'est pas un nombre premier.

Multiple (p. 14), Diviseur (p. 15)

Liste des nombres premiers inférieurs à 1000

2	101	211	307	401	503	601	701	809	907
3	103	223	311	409	509	607	709	811	911
5	107	227	313	419	521	613	719	821	919
7	109	229	317	421	523	617	727	823	929
11	113	233	331	431	541	619	733	827	937
13	127	239	337	433	547	631	739	829	941
17	131	241	347	439	557	641	743	839	947
19	137	251	349	443	563	643	751	853	953
23	139	257	353	449	569	647	757	857	967
29	149	263	359	457	571	653	761	859	971
31	151	269	367	461	577	659	769	863	977
37	157	271	373	463	587	661	773	877	983
41	163	277	379	467	593	673	787	881	991
43	167	281	383	479	599	677	797	883	997
47	173	283	389	487		683		887	
53	179	293	397	491		691			
59	181			499					
61	191								
67	193								
71	197								
73	199								
79									
83									
89									
97									

Décomposition en produit de facteurs premiers

Tout nombre naturel se décompose de manière unique en un produit de facteurs premiers.

décomposition
decomponere (latin) : séparer, mettre en plusieurs morceaux

Exemples

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$

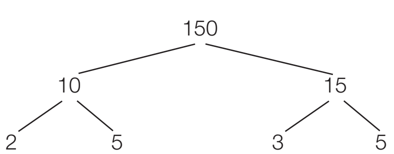
$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$

Pour décomposer un nombre naturel en un produit de facteurs premiers, on peut par exemple procéder ainsi :

495	3
165	3
55	5
11	11
1	

$$495 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11$$

On peut procéder différemment, par exemple :

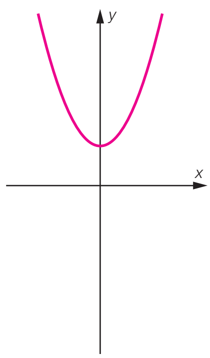


$$150 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

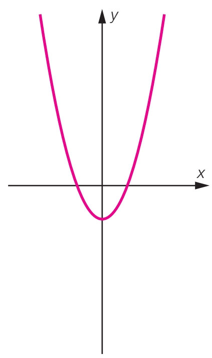
Opérations – vocabulaire (p. 11)

Le sommet de la parabole est un minimum de la fonction si $a > 0$ et un maximum de la fonction si $a < 0$.

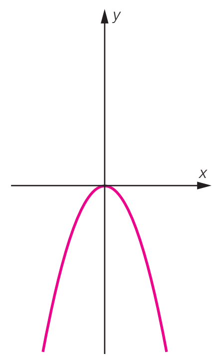
Attention !
Il y a d'autres cas de figures.



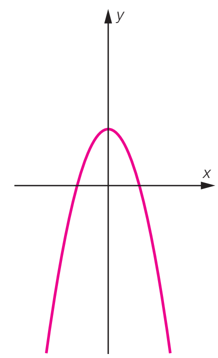
$a > 0$
$b = 0$
$c > 0$



$a > 0$
$b = 0$
$c < 0$



$a < 0$
$b = 0$
$c = 0$



$a < 0$
$b = 0$
$c > 0$

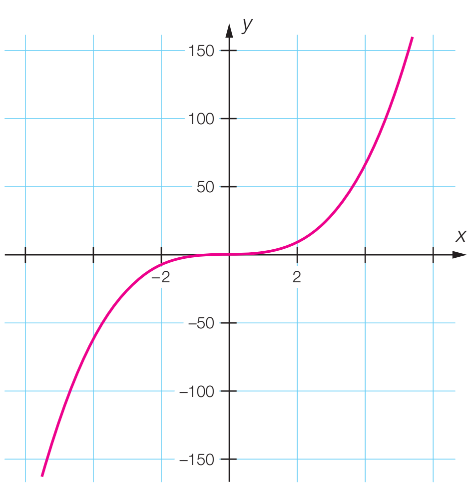
Fonction (p. 38)

Fonction puissance *n*-ième

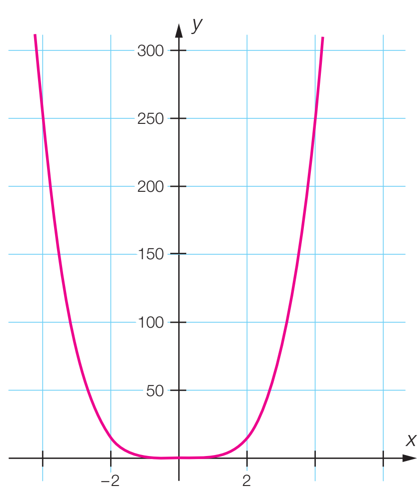
Une fonction puissance *n*-ième est une fonction de la forme
$x \longmapsto x^n$ (n est un nombre naturel différent de zéro)

Cas particuliers
La fonction $x \longmapsto x$ est une fonction linéaire.

La fonction $x \longmapsto x^2$ est une fonction quadratique.



$x \longmapsto x^3$

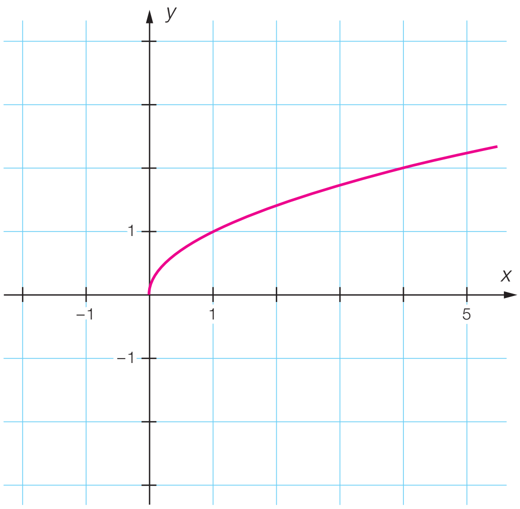


$x \longmapsto x^4$

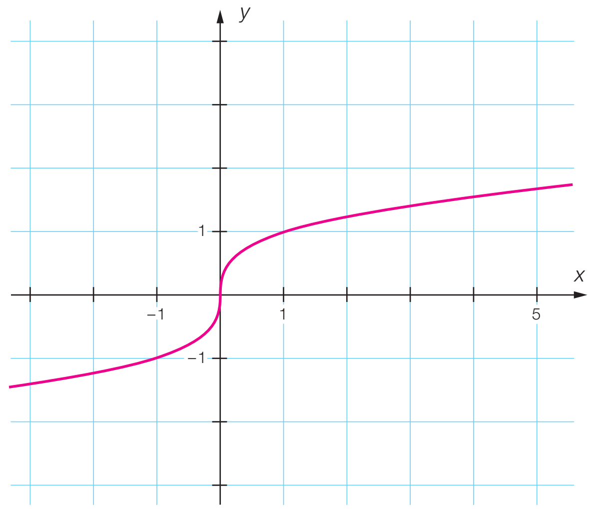
Puissance (p. 28), Fonction (p. 38)

Fonction racine *n*-ième

Une fonction racine n-ième est une fonction de la forme
$x \longmapsto \sqrt[n]{x}$ (n est un nombre naturel différent de zéro)



$x \longmapsto \sqrt{x}$ ($x \geqslant 0$)



$x \longmapsto \sqrt[3]{x}$

Racine (p. 29), Fonction (p. 38), Fonction puissance *n*-ième (p. 46)

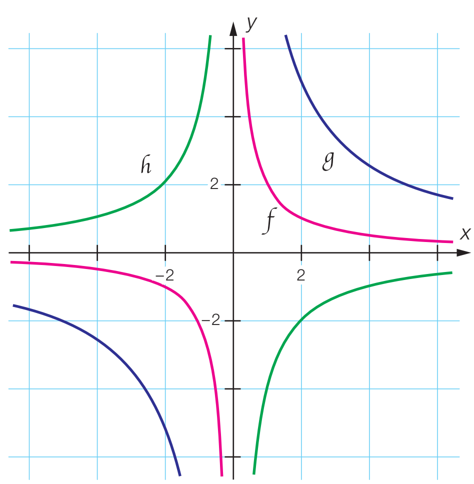
Fonction homographique

Une fonction homographique est, par exemple, une fonction de la forme

$x \longmapsto \dfrac{a}{x}$ ($a \neq 0$; $x \neq 0$)

La représentation graphique d'une fonction homographique est une hyperbole.

Une hyperbole comporte deux branches.



$f : x \longmapsto \dfrac{2}{x}$ ($x \neq 0$) $g : x \longmapsto \dfrac{10}{x}$ ($x \neq 0$) $h : x \longmapsto \dfrac{-4}{x}$ ($x \neq 0$)

Fonction (p. 38), Proportionnalité inverse (p. 48)

Représentations dans l’espace

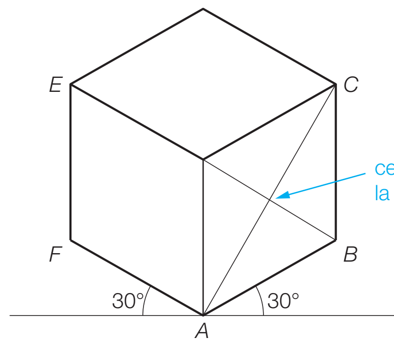
Il y a plusieurs manières de représenter un polyèdre sur une feuille de papier. En voici quelques-unes :

La perspective isométrique

Les arêtes verticales de l’objet restent verticales sur le dessin.

Les arêtes horizontales fuient à gauche et à droite avec une inclinaison de 30°.

L’échelle est la même pour les trois dimensions.



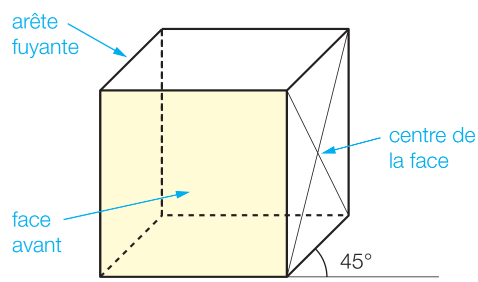
Cube en perspective isométrique

La perspective cavalière

Elle privilégie une face de l’objet, appelée face avant, représentée sans déformation.

Les arêtes perpendiculaires à la face avant fuient vers la droite ou vers la gauche, généralement avec une inclinaison de 30° ou de 45°.

Les longueurs des arêtes fuyantes sont généralement réduites de moitié ou d’un tiers.



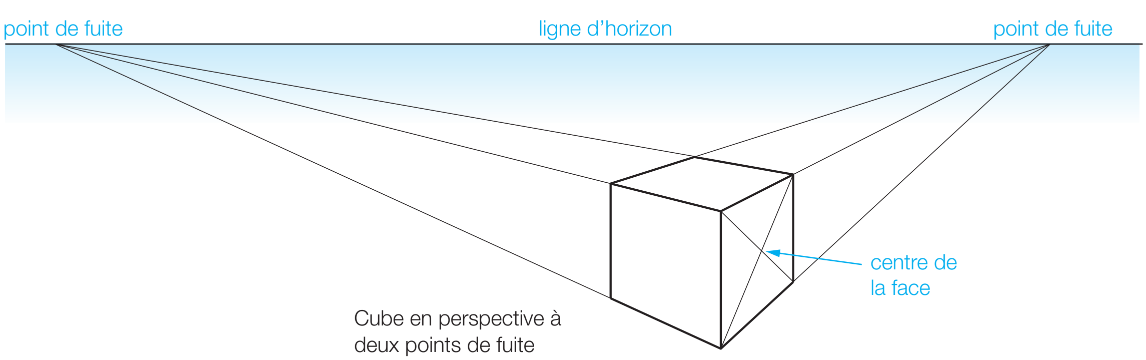
Cube en perspective cavalière

ES

La perspective artistique

Elle est construite à partir de points de fuite situés sur une ligne d’horizon.

L’objet est représenté tel que l’œil le perçoit.

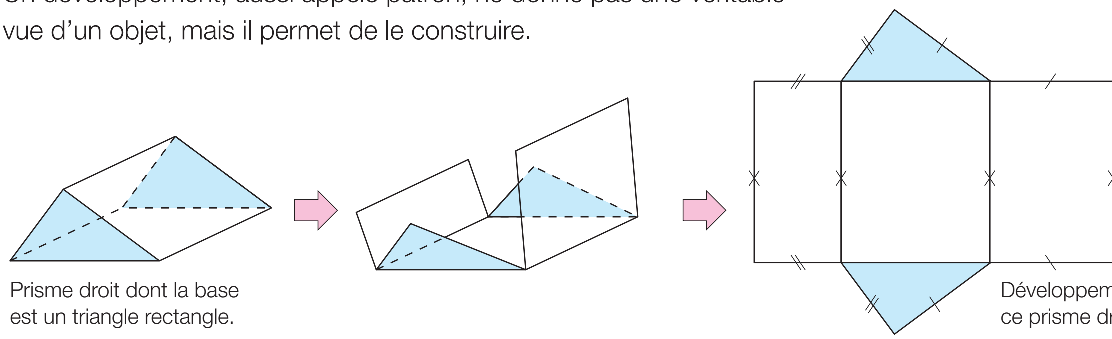


Cube en perspective à deux points de fuite

➜

Le développement

Un développement, aussi appelé patron, ne donne pas une véritable vue d'un objet, mais il permet de le construire.

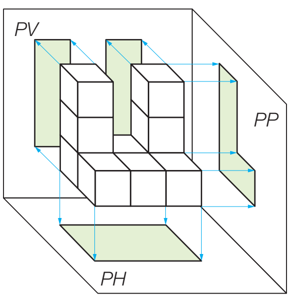


Prisme droit dont la base est un triangle rectangle.

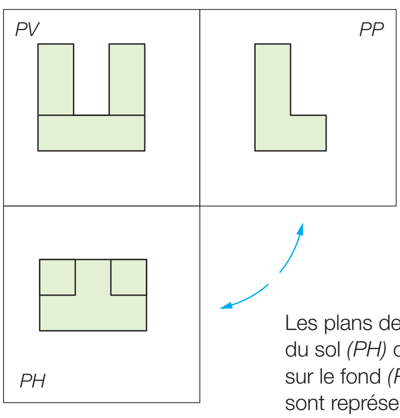
Développement de ce prisme droit

Les projections sur les faces d'un parallélépipède rectangle

projection
projectio (latin) : action de jeter loin de



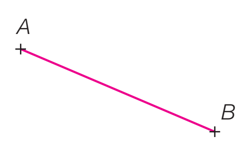
Assemblage de dix cubes avec vues sur le sol (*PH* : plan horizontal), sur le fond (*PV* : plan vertical) et sur la paroi (*PP* : plan de profil).



Les plans de la paroi *(PP)* et du sol *(PH)* ont été rabattus sur le fond *(PV)* : les trois vues sont représentées à l'échelle.

Distance entre deux points

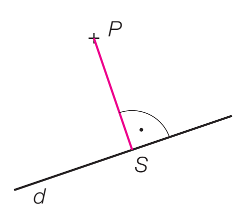
La distance entre les points *A* et *B* est la longueur du segment *AB*. C'est le plus court chemin du point *A* au point *B*.



Ici, la distance de *A* à *B* est proche de 2,8 cm

Distance d'un point à une droite

La distance du point *P* à la droite *d* est la longueur du segment *PS* perpendiculaire à la droite *d*. C'est le plus court chemin du point *P* à la droite *d*.



Ici, *PS* vaut environ 1,6 cm

Droites perpendiculaires (p. 74)